Lors d'un échange interdisciplinaire à Boston à l'"Institute for the Study of the Imagination" (Avril 1992), Marie Milis, mathématicienne, a été invitée à présenter ses découvertes en matière de "Mathématiques et Imagination". Son atelier fut un moment de grâce où les participants (mathématiciens, physiciens, philosophes, psychothérapeutes), étonnés, ont pu "lever le voile", expérience proche de la contemplation dans la vie intérieure. L.A.

LA PAROLE DES SANS VOIX

Marie Milis

Depuis quelque temps j'observe -étonnée- une contradiction pour moi de plus en plus saisissante : des jeunes qui accumulent des notes insuffisantes et pénalisantes et dont la vie scolaire, et personnelle, est handicapée par le poids des échecs en math, ces mêmes jeunes - en fait - étudient et travaillent énormément y compris et surtout leurs mathématiques. Leur acharnement est loin d'être récompensé. Plus ils persévèrent, plus ils subissent les effets d'une roulette arbitraire : les sanctions qui leur tombent sur la tête n'ont aucun lien avec la sincérité de leur motivation, l'assiduité de leur étude et leur application d'une extrême bonne volonté. Qu'est-ce qui peut donc précipiter des Françoise, Michel, Alexandra et tant d'autres dans un gouffre où seule l'indifférence peut les garder vivants et ... sensés? Analyser le processus de cette destitution du sens a commencé pour moi par une question toute simple:

« *Qu'est-ce qu'il/elle a en tête, quelle est la règle qu'il/elle applique qui engendre l'erreur que nous observons (l'enfant et moi)?* ».

J'ai donc pris l'habitude de demander: « *Pourquoi tu fais cela?* » le plus souvent possible, que ce qui me soit présenté soit juste ou faux. Le terrain est aride car souvent l'enfant ne veut pas s'aventurer au-delà d'un « *parce que mon prof a toujours fait comme ça* » ou « *parce que c'est la règle* » ...mais quand il y a récolte, il s'agit d'une moisson de perles précieuses et très éclairantes.

Non seulement ces jeunes m'ont permis d'aller avec eux dénicher et désamorcer un processus mental -et affectif- bien accroché au creuset de cet inconscient qui parle dans nos actes, mais ils m'ont fait découvrir ce qu'est l'imaginaire. Ne pas contrôler sa parole mais être parlé par autre chose que la cohérence créatrice du champ de recherche qui l'occupe est une expérience peu connue du mathématicien chercheur. Les enfants en prise -douloureuse- avec les mathématiques peuvent par contre découvrir et observer cet imaginaire qui prend la place du sujet.

Zéro (1) révèle de tels imaginaires agissants : Quand Géraldine transforme

$$-\frac{3}{5}x = 0$$

$$\text{en } x = -\frac{5}{3} \quad \text{ou en } x = \frac{3}{5}$$

elle dit : « *J'ai enlevé le zéro* » (qui ne sert à rien). Lorsque je la corrige dans plusieurs exercices du même genre et lui demande de multiplier à gauche et à droite (ici par $-\frac{5}{3}$), voyant aboutir x = 0, elle s'écrie « *Mais on n'a pas de solution alors* ». Angoisse de la disparition. Plus tard, comme elle barrait les 18 et les 36 dans

$$\frac{\cancel{18}}{\cancel{36}} \cdot \frac{\cancel{36}}{\cancel{18}}$$

et égalait son résultat à zéro

$$\frac{\cancel{18}}{\cancel{36}} \cdot \frac{\cancel{36}}{\cancel{18}} = 0$$

elle me dit « *Je barre (il ne reste rien), dont c'est égal à zéro* ».

Marie : Ah! et $\frac{5}{5}$ cela vaut combien ?

Géraldine : 1

M. : Donc ?

G : Donc 1 égale zéro (en math, pourquoi pas!).

Elle est tout de même un peu surprise de sa découverte et de son audace - ce qui me permet de désamorcer son association imaginaire entre disparaître et zéro et d'introduire le « *neutre technique* » qui dans la multiplication vaut 1, et non zéro. Plus tôt, cette même Géraldine avait résolu

$$5x + 5 = 0$$

par $5x = 0$ ou $5 = 0$.

M. : Tu es d'accord que 5 = 0 ?

G. : Non.

M. : Alors pourquoi l'écris-tu?

G. : Parce que c'est comme ça (en math).

Accepter l'inacceptable (sous prétexte que c'est en math) plutôt que d'aborder l'aspect technique de la résolution des équations.

Géraldine n'a pas saisi que l'introduction des équations du premier degré est un événement : il y a lieu à cette occasion de découvrir et d'exploiter un comportement particulier, neuf par rapport à tout ce qui le précède. Elle réduit ce qui lui est présenté à des messages ayant du sens dans un univers mental arithmétique antérieur à la construction algébrique, même la plus simple.

Beaucoup d'enfants, comme Géraldine, ne saisissent pas la nouveauté des événements qui leurs sont présentés. Il ne suffit pas de changer de chapitre ou de mettre un nouveau titre pour que l'élève ait saisi la nouveauté intrinsèque du champ à explorer. Si Yorik, Alexandra, Corinne, Stéphanie et tant d'autres réduisent la résolution d'équations du second degré à une résolution du premier degré (*), c'est parce qu'ils n'ont pas perçu en quoi il y a nouveauté, événement et irréductibilité de l'un à l'autre.

« *Les math, ça va sans dire* ». Trop souvent la transmission des math développe une illusion de continuité alors qu'il y a lieu de changer de geste (2), d'être aux prises avec une crise de la pensée : les mathématiques sont faites pour que les crises aient une issue. L'histoire des math est tissée de scandales (nombres irrationnels, complexes...). La transmission des maths a donc pour première fonction de rejouer la dimension scandaleuse des étapes de la construction du corps de comportements appelés mathématiques. Or tout se passe comme si la transmission scolaire nie cette dimension scandaleuse, comme s'il suffit d'être logique, disponible et de bonne volonté, comme s'il s'agit d'accumuler des savoirs qui ne sont pas des savoirs faire. Etonnante entreprise que de systématiquement lisser et donc nier son histoire - et son essence même. Dernièrement, lors d'une journée de réflexion sur la place et le sens des démonstrations, Rudolf Bkouche citait

(*) Yorik :

$$16x^2 - 15x - 45 = 0$$
$$16x^2 - 15x = 45$$
$$x\,(16x - 15) = 45$$
$$x = \frac{45}{16x - 15}$$

Alexandra :

$$x^2 + x - 6 = 0$$
$$x^2 + x = 6$$
$$\sqrt{x^2 + x} = \sqrt{6}$$
$$2x = 6$$

ou

$$x^2 + x = 4$$
$$\sqrt{x^2 + x} = \sqrt{4}$$
$$2x = 2$$
$$x = 1$$

Corinne :

$$12\,x^2 + 11\,x = 43$$
$$x\,(12x + 11) = 43$$
$$x = 43 \text{ ou } 12x + 11 = 43$$

Stéphanie :

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$
$$x\,(x + 2) - 15 = 0$$
$$x + 2 = 0$$
$$x - 15 = 0$$

Santina :

$$x^2 + 7x = 10$$
$$x^2 = 10 - \frac{1}{7}$$

ou

$$x^2 + 7x = 10$$
$$x\,(x + 7) = 10$$
$$x\,(x) = 10 - 7$$

Concette -je crois- : « *Les mathématiques, ce n'est pas raisonner, c'est gagner du terrain* ». Je n'ai pas pu vérifier cette « *citation* », mais quelqu'en soit le véritable auteur, c'est une antidote aux mathématiques sélective, machine à créer l'échec par un rapport au pouvoir fait d'arrogance et d'évidences. Il n'y a pas de math sans crise : quand Yorik, Alexandra, Corinne, Stéphanie et les autres sont relancés sur leur propre terrain (par exemple par un « *Tiens! Mets un peu la valeur numérique que tu as trouvée pour x dans ton équation initiale* »), le problème rebondit et par là prend corps. Petit à petit il y a découverte que les équations du second degré ce n'est pas si simple que ça, ça nécessite la mise en oeuvre d'autres outils de résolution, d'autres gestes que les élèves désirent découvrir. Enseigner n'est plus parachuter en terrain déjà saturé : toutes les têtes sont pleines, mais il s'agit d'enraciner des pratiques dans les saillies créées par les crises. Quand Alexandra transforme

$$\sqrt{x^2 + x} = \sqrt{4}$$

en $$2x = 2,$$

il n'y a pas de réflexion (et donc pas d'erreur) mais un coup de bulldozer pour s'échapper à l'emprise du problème et retomber le plus vite possible sur la forme connue la plus proche. Elle soumet le problème à ses conditions et ne se soumet pas aux conditions du problème. Son imaginaire, à l'aise avec la magie, lui fournit un tour de passe passe : ayant entendu le terme « *radical* » à propos des équations du second degré, elle l'utilise pour « *s'en sortir* ». C'est ainsi que l'on reconnaît la présence de l'imaginaire agissant à la place du sujet : il n'y a plus réflexion mais pirouette avec une justification qui garde un semblant de rationalité.

Leur rendre les mots, faire que leur voix prenne la parole passe par l'affrontement des non sens et des peurs.

Quand Saskia résoud

$$\frac{2}{3}x = \frac{3}{4}y$$

par $$y = \frac{2}{3}x - \frac{3}{4}$$

elle se justifie en disant qu'elle a retiré $\frac{3}{4}$ des deux côtés.

Quand Clémentine refuse que $x = -1$ puisse être une valeur qui annule $\sqrt{x + 1}$, c'est parce qu'« *il n'y a pas de négatif dans une racine* » (ce qui est juste pour l'expression globale sous la racine, mais pas pour la seule valeur de x).

Quand Alex transforme (a-b) (a-c) en (-b-c) il dit : « *J'ai mis a en évidence* ». Alex me soutient que tous ses professeurs lui ont toujours dit que l'algèbre c'est l'application simple de formules. C'est une activité qui n'engage donc pas la réflexion, s'opère sans discernement, a fortiori sans crise.

Quand Géraldine transforme

$(2x - 3)(2x - 3) - x + 2 = 5$
via $(\cancel{2x - 3})(\cancel{2x - 3}) - x + 2 = 5$
en $- x + 2 = 5$,

elle dit : puisque j'en ai deux les mêmes, je les élimine.

« *Etre le même* » devient critère de simplification: c'est en clair une déclaration de son droit à ne pas comprendre, à ne pas s'engager. C'est une révolte, un « *laissez-moi la paix* »... ou un appel au secours.

Ces comportements désespérés sont aussi l'espoir fou que quelqu'un, un jour, comprendra. Ceux qui ont ainsi perdu l'accès à la parole sociale, à celle qui est reconnue et circule, ont une voix à eux faite de cris et d'espoirs de paroles.

Quand Yorik reste bloqué devant

$$0{,}587 = \frac{17}{a}$$

et ne peut en sortir la valeur de a, il sait qu'il faudrait multiplier par a (des deux côtés). Comme il ne voit que le côté droit, il s'écrie : « *Il va disparaître alors* ». Angoisse qui fait tomber son bic et arrête son évolution. L'accompagner c'est passer avec lui l'épreuve d'un nouveau geste : ici, regarder des deux côtés et voir l'expression devenir

$$a = \frac{17}{0{,}587}$$

Quand Stéphanie insiste pour éliminer $x = 2$ et $x = -\frac{3}{2}$ de la fraction

$$\frac{2x + 3}{x - 2}$$

c'est parce qu'elle sait qu'en $x = 2$ il se passe quelque chose de grave (impossibilité pour la fraction d'avoir une valeur numérique) et qu'elle insiste pour qu'il se passe aussi quelque chose de grave au-dessus puisqu'elle a bien retenu qu'on ne peut pas séparer le numérateur et le dénominateur d'une fraction. Stéphanie se trouve face à une crise que son imaginaire élimine: elle devrait changer de geste et apprendre qu'il y a lieu de traiter le dénominateur différemment du numérateur si elle ne veut pas résoudre un calcul mais analyser le domaine de validité d'une expression. A l'occasion du changement de stratégie, qui ici fait qu'il y a lieu d'analyser plutôt que d'opérer, de vieux souvenirs réapparaissent pour réduire la nouveauté à une antériorité connue. Cette précipitation évite de reconnaître qu'il y a altérité - et vertige. Le fait d'aborder un problème nouveau est occasion de découvrir l'imaginaire qui résiste et tente de confirmer la connaissance ancienne comme totale au lieu d'accepter de voir son statut être limité. La crainte, parfois le refus de s'aventurer en terre inconnue, de faire un pas dans le vide crée une révolte naturelle à laquelle l'élève et le professeur doivent s'attendre. Toute une classe peut bloquer, refuser d'essayer de découvrir la solution à un problème, bavarder et se refugier derrière toute une série d'étendards : « *On n'a jamais fait comme ça* », « *Tous nos profs nous ont toujours donné des formules que nous devions appliquer à la lettre* », etc.

Pour beaucoup d'élèves, le prof est l'ennemi -cela se joue à l'examen. Ce qu'il faut c'est lui donner les bons signaux - c'est tout. Beaucoup d'élèves -et leurs parents- croient que des examens réussis les rendent capables des suivants...ce qui est faux la plupart du temps. Leur sens de la réalité est une pensée magique. L'école est un monde pénétré d'imaginaire où trop souvent la réussite à l'examen ne signifie pas compréhension. Ken : « *Est-ce qu'on nous demande de réfléchir? Non, on nous demande d'apprendre* ». Il suffit de simuler la compréhension, la demande de compréhension est hors norme.

Stimuler la compréhension et l'autonomie est une exigence pédagogique ressentie par les élèves comme scandaleuse puisqu'elle n'est plus basée sur un rapport de prédateur à proie où seul importe l'échange des signaux adéquats - et vite repérables. Toute l'énergie dépensée à décoder les signaux du prof -et qui a permis de survivre si longtemps- est condamnée. Ceci agresse doublement ceux qui se sont défendus en s'automutilant. Ils doivent accepter qu'il n'est pas trop tard, et que leur passé d'échecs ne signifiait pas une incapacité intrinsèque de réussir, et doivent prendre le risque de changer de comportement si près du but (s'il s'agit d'élèves de terminale).

Trop d'élèves croient qu'en math c'est le résultat qui compte, pas le trajet. Il s'agit de revaloriser le chemin parcouru pour pouvoir désamorcer cet imaginaire qui hurle dans les défenses, et parle de leur façon de se situer face au problème...et au monde.

Il s'agit que cet imaginaire se transforme pour qu'il englobe d'autres enjeux. Le point de basculement est toujours celui où l'élève sent que sa victoire en math le transforme ailleurs qu'en math. « *Je peux réfléchir par moi-même* », je ne suis plus le jouet des lubies des prof. Emmanuelle, visage rayonnant après m'avoir annoncé qu'elle a pu faire tous les exercices : « *Je les ai tous fait, 10 sur 10* » s'est assise et, sans mot dire, a renversé la boîte de crayons sur la table. Puis elle a patiemment rangé les bics ensemble, les crayons ensemble, jeté ce qui était vieux ou cassé, déposé les tailles crayons sur le côté et s'est tournée vers moi disponible et fraîche. A l'occasion de sa victoire en calcul, son univers intérieur et extérieur a trouvé ordre et cohérence.

Il y a lieu d'observer cet imaginaire tel qu'il est en jeu dans les stratégies d'évitement, de résistance.

Ceux que l'on coterait zéro, nul, « *idiot* » parlent et disent : « *Voilà ce que vous avez fait de moi* ». Souvent ils ne savent même pas qu'ils parlent et résistent à ceux qui voudraient les aider, leur donner une voix. Leur résistance est un refus de parole, un silence, une mutilation, c'est-à-dire une parole qui se dit en se faisant du mal à elle-même.

Quand par une observation attentive de leurs stratégies d'évitement et par des stimulations répétées à s'engager dans des voies de recherche, ils se devinent capables de faire des math, les élèves découvrent la liberté...et la rébellion. En se développant, celle-ci crée une nouvelle force, une communauté : « *Je me rebelle, donc nous existons* » (Camus).

---

(1) Cf M.Milis. Zéro : un concept mathématique du vide? dans: Initiations, printemps 1991, numéros 5/6, p. 97-110.

(2) Cf. M.Milis. Gestes en mathématiques, dans: Initiations, hiver 1991/1992, numéro 7, p. 43-46.